

1/ Série trigonométrique:Déf: Toute série de la forme $\sum_{n \geq 0} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ 2/ Proposition: Si les séries $\sum_{n \geq 0} a_n$ et $\sum_{n \geq 0} b_n$ convergent absolument alors la série $\sum_{n \geq 0} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ converge uniformément sur \mathbb{R} 3/ Proposition: Si $\sum_{n \geq 0} (a_n)$ et (b_n) sont 2 suites à termes positifs décroissants et convergent vers 0 alors $\sum_{n \geq 0} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$ converge pour tout $x \neq 2k\pi$. La convergence est uniforme sur tout intervalle $[a, b]$ ne contenant pas $2k\pi$.4/ Série de Fourier: Soit f une fonction périodique, de période 2π et continue par morceaux en $[-\pi, \pi]$. On appelle série de Fourier de f qu'on note $SF(f)$ série trigonométrique $SF(f) = a_0 + \sum_{n \geq 1} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ dont les coefficients de Fourier sont définies par: $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad \text{et} \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx ; \quad \forall n \geq 1$$

5/ Remarques:a/ Si f est périodique de période 2π alors on peut remplacer l'intervalle $[-\pi, \pi]$ par $[0, 2\pi]$ ou en général par $[-\pi + d, \pi + d]$, $d \in \mathbb{R}$ b/ $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ si f est impaire. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ si f est paire• Si f est paire alors $b_n = 0$ et $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$ • Si f est impaire alors $a_n = 0$ et $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$ 6/ Theoreme de Dirichlet??Si f est dérivable par morceaux sur l'intervalle $[-\pi, \pi[$ alors la série de Fourier de f converge en tout point x_0 vers la valeur:

$$\frac{1}{2} (f(x_0^+) + f(x_0^-))$$

et si f est continue en x_0 alors cette valeur est $f(x_0)$ 7/ Egalité de Parseval $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 2π -périodique, continue par morceaux, alors les séries de termes généraux $|a_n|^2$ et $|b_n|^2$ sont convergentes

$$\text{et on a:} \quad a_0^2 + \sum_{n \geq 1} \frac{a_n^2 + b_n^2}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 dx$$

Remarque 1: On peut remplacer dans 4/ f continue par morceaux par f localement intégrable sur \mathbb{R} Remarque 2: On peut remplacer dans 6/ f dérivable par morceaux par f est continue par morceaux et admet des dérivées à droite et à gauche sur \mathbb{R} Rappel: $\cos n\pi = (-1)^n$; $\sin(n\pi) = 0$; $\cos(2n+1)\frac{\pi}{2} = 0$; $\sin(2n+1)\frac{\pi}{2} = (-1)^n$

$+\infty - \infty, 0 \times \infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}$ are indeterminate forms

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln n = -\infty, \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln n = 0, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty \text{ (and so on)}.$$



ETU UP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Diapo
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..